

Modelos de Equações simultâneas

$$y_1 = \alpha_1 y_2 + \beta_1 z_1 + u_1$$

$$y_2 = \alpha_2 y_1 + \beta_2 z_2 + u_2$$

Capítulo 16

1

Modelo de equações simultâneas

Exemplo de determinação de horas e salário.

$$h_i = \alpha_1 w_i + \beta_1 z_{i1} + u_{i1}$$

$$w_i = \alpha_2 h_i + \beta_2 z_{i2} + u_{i2}$$

2

Modelo de equações simultâneas

- Tanto h quanto w são endógenas pois ambas são determinadas pelo equilíbrio entre a oferta e a demanda.
- z_1 z_2 são exógenas: permitirá identificar a equação de demanda e de oferta.
- Sem uma variável equivalente na curva de demanda, a oferta não pode ser identificada e não pode ser estimada consistentemente. E vice-versa.

3

Modelo de equações simultâneas

- α_1 e α_2 são diferentes: as inclinações das funções de oferta e demanda diferem.
- Dados z_1, u_1, z_2, u_2 determinamos h e w .
- As variáveis z não são correlacionadas com os termos de erro u .
- u_1 e u_2 são chamados de erros estruturais.
- z_1 e z_2 devem ser variáveis diferentes, uma afetando oferta e outra afetando demanda.

4

Modelo de Equação simultânea Viés de simultaneidade

$$y_1 = \alpha_1 y_2 + \beta_1 z_1 + u_1$$
$$y_2 = \alpha_2 y_1 + \beta_2 z_2 + u_2$$

- Uma variável explicativa que é determinada simultaneamente com a variável dependente geralmente é correlacionada com o termo de erro, gerando um viés e inconsistência do estimador MQO.

5

Modelo de Equação simultânea Viés de simultaneidade

$$y_2 = \alpha_2(\alpha_1 y_2 + \beta_1 z_1 + u_1) + \beta_2 z_2 + u_2$$

$$(1 - \alpha_2 \alpha_1) y_2 = \alpha_2 \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \alpha_2 u_1 + u_2$$

Para solucionar para y_2 :

$$\alpha_2 \alpha_1 \neq 1.$$

6

Modelo de Equação simultânea Equação na forma reduzida

$$y_2 = \pi_{21}z_1 + \pi_{22}z_2 + v_2,$$

Parâmetros na forma reduzida (funções não lineares dos parâmetros estruturais):

$$\pi_{21} = \alpha_2\beta_1/(1 - \alpha_2\alpha_1), \quad \pi_{22} = \beta_2/(1 - \alpha_2\alpha_1).$$

Erro na forma reduzida:

$$v_2 = (\alpha_2u_1 + u_2)/(1 - \alpha_2\alpha_1).$$

7

Modelo de Equação simultânea Equação na forma reduzida

- Os parâmetros na forma reduzida podem ser estimados pelo MQO, pois o erro na forma reduzida não é correlacionado com os z 's.
- Também há a forma reduzida de y_1 .
- Somente sob determinadas condições podemos achar os estimadores dos parâmetros da equação estrutural por MQO.

8

O MES geral (cont.)

- ◆ Podemos ver que, uma vez que v_2 é uma função linear de u_1 , y_2 é correlacionado como o erro e α_1 é viesado – a isso se chama “viés de simultaneidade”.
- ◆ O sinal do viés é complicado, mas podemos usar a regra de bolso da regressão simples:
- ◆ O viés tem o mesmo sinal de $\alpha_2/(1 - \alpha_2\alpha_1)$.

9

Identificação e estimação de uma equação estrutural - Sistema de duas equações

- ◆ Condição crucial para identificação: cada variável explicativa seja não correlacionada com o termo de erro.
- ◆ Esta condição não se mantém no MES.

10

Identificação e estimação de uma equação estrutural - Sistema de duas equações

- ◆ Exemplo:
Onde q é o consumo per capita de leite em nível municipal,
 p é o preço médio por galão de leite do município,
 z_1 é o preço da alimentação do gado (exógeno nas equações).

$$q = \alpha_1 p + \beta_1 z_1 + u_1 \quad \text{oferta}$$

$$q = \alpha_2 p + u_2 \quad \text{demanda}$$

11

Identificação e estimação de uma equação estrutural - Sistema de duas equações

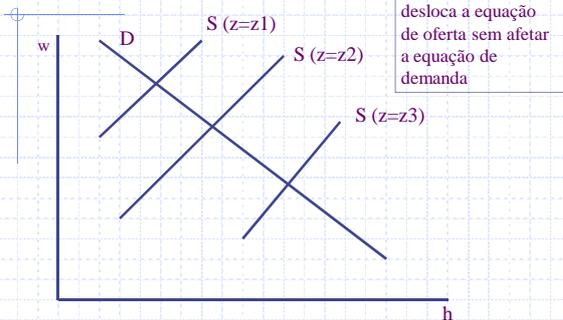
- ◆ Qual das duas equações pode ser identificada?

A equação de demanda é identificada: a variável z_1 será variável instrumental do preço na equação de demanda.

A equação de oferta não será identificada.

12

Identificação da equação de demanda



13

Identificação no MES geral

- ◆ $y_1 = a_1 y_2 + b_1 z_1 + u_1$
- ◆ $y_2 = a_2 y_1 + b_2 z_2 + u_2$
- ◆ Represente por z_1 todas as exógenas da primeira equação, e por z_2 todas as exógenas da segunda.
- ◆ Não há problema se houver alguma sobreposição de algumas variáveis de z_1 e z_2 .
- ◆ Para identificar a equação 1, devem existir algumas variáveis em z_2 que não estão em z_1 .
- ◆ Para identificar a equação 2, deve, existir algumas variáveis em z_1 que não estão em z_2 .

14

Identificação no MES geral

- ◆ z_1 e z_2 contém variáveis exógenas diferentes – ou seja, há restrições de exclusão no modelo (variáveis que existem numa equação e não existem em outra equação).

15

Identificação no MES geral

- ◆ **Condição de ordem (necessária para a condição de classificação):**

Condição de ordem para identificação da primeira equação estabelece que pelo menos uma variável exógena seja excluída dessa equação.

16

Identificação no MES geral

- ◆ **Condição de classificação para a identificação:**

A primeira equação em um modelo de equações simultâneas com duas equações será identificada se e somente se, a segunda equação contiver ao menos uma variável exógena (com um coeficiente diferente de zero) que seja excluída da primeira equação.

17

Exemplo: Inflação e abertura da Economia

$$inf = \beta_{10} + \alpha_1 open + \beta_{11} \log(pcinc) + u_1$$

$$open = \beta_{20} + \alpha_2 inf + \beta_{21} \log(pcinc) + \beta_{22} \log(land) + u_2$$

- A primeira equação será identificada, se o coeficiente de $\log(land)$ for diferente de zero.
- A segunda equação não é identificada.

18

Sistemas com mais de duas equações

- ◆ O estudo da identificação geral em modelos de equações simultâneas com mais de duas equações requiere o uso de álgebra matricial.

$$y_1 = \alpha_{12}y_2 + \alpha_{13}y_3 + \beta_{11}z_1 + u_1 \quad (16.27)$$

$$y_2 = \alpha_{21}y_1 + \beta_{21}z_1 + \beta_{22}z_2 + \beta_{23}z_3 + u_2 \quad (16.28)$$

$$y_3 = \alpha_{32}y_2 + \beta_{31}z_1 + \beta_{32}z_2 + \beta_{33}z_3 + \beta_{34}z_4 + u_3, \quad (16.29)$$

19

Sistemas com mais de duas equações

- ◆ Os y_g são as variáveis endógenas.
- ◆ Os z_j são variáveis exógenas.
- ◆ O primeiro subscripto nos parâmetros indica o número da equação.
- ◆ O segundo subscripto indica a variável.

$$y_1 = \alpha_{12}y_2 + \alpha_{13}y_3 + \beta_{11}z_1 + u_1 \quad (16.27)$$

$$y_2 = \alpha_{21}y_1 + \beta_{21}z_1 + \beta_{22}z_2 + \beta_{23}z_3 + u_2 \quad (16.28)$$

$$y_3 = \alpha_{32}y_2 + \beta_{31}z_1 + \beta_{32}z_2 + \beta_{33}z_3 + \beta_{34}z_4 + u_3, \quad (16.29)$$

20

Sistemas com mais de duas equações

- ◆ Não conseguimos mostrar que uma equação em um MES é identificada, contudo, verificamos quando certas equações não são identificadas.

MQO não será consistente

$$y_1 = \alpha_{12}y_2 + \alpha_{13}y_3 + \beta_{11}z_1 + u_1 \quad (16.27)$$

$$y_2 = \alpha_{21}y_1 + \beta_{21}z_1 + \beta_{22}z_2 + \beta_{23}z_3 + u_2 \quad (16.28)$$

$$y_3 = \alpha_{32}y_2 + \beta_{31}z_1 + \beta_{32}z_2 + \beta_{33}z_3 + \beta_{34}z_4 + u_3, \quad (16.29)$$

21

Sistemas com mais de duas equações

- ◆ **Condição de ordem para identificação:** uma equação em qualquer MES satisfaz a condição de ordem para a identificação se o número de variáveis exógenas excluídas da equação for pelo menos tão grande quanto o número de variáveis endógenas existentes no lado direito da equação.

$$y_1 = \alpha_{12}y_2 + \alpha_{13}y_3 + \beta_{11}z_1 + u_1 \quad (16.27)$$

$$y_2 = \alpha_{21}y_1 + \beta_{21}z_1 + \beta_{22}z_2 + \beta_{23}z_3 + u_2 \quad (16.28)$$

$$y_3 = \alpha_{32}y_2 + \beta_{31}z_1 + \beta_{32}z_2 + \beta_{33}z_3 + \beta_{34}z_4 + u_3, \quad (16.29)$$

22

Sistemas com mais de duas equações

- ◆ 16.28: passa na condição de ordem.
- ◆ 16.29: não passa na condição de ordem.
- ◆ 16.27: passa na condição de ordem.

$$y_1 = \alpha_{12}y_2 + \alpha_{13}y_3 + \beta_{11}z_1 + u_1 \quad (16.27)$$

$$y_2 = \alpha_{21}y_1 + \beta_{21}z_1 + \beta_{22}z_2 + \beta_{23}z_3 + u_2 \quad (16.28)$$

$$y_3 = \alpha_{32}y_2 + \beta_{31}z_1 + \beta_{32}z_2 + \beta_{33}z_3 + \beta_{34}z_4 + u_3, \quad (16.29)$$

23

Sistemas com mais de duas equações

- ◆ **Em termos de condição de ordem:**
Uma equação é sobreidentificada: 16.27, há mais variáveis instrumentais disponíveis do que variáveis endógenas.
Uma equação é exatamente identificada: 16.28, variável endógena igual ao número de variável exógena.
Uma equação não é identificada: 16.29, número de variável endógena é maior que o número de variável exógena.

24